

## ABSTRACTS

Ibn al-Haytham's Universal Solution for Finding the Direction of the *Qibla* by Calculation  
Ahmad S. Dallal

This paper presents an edition of al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haytham's (d. 1040) treatise, *Qawl fī samt al-qibla bi-al-ḥisāb* (on finding the azimuth of the *Qibla* by calculation) with translation and commentary. In it Ibn al-Haytham provides a universal method for finding the direction of the *qibla* at any location on the surface of the earth by using spherical trigonometry and accurate calculation. Ibn al-Haytham's computational solution has not been studied before, and it has often been confused with another work of his in which he uses an analemma construction to solve the problem of the *qibla* graphically. As a result of this confusion, contemporary scholars have mistakenly attributed the first universal solution of the *qibla* problem to Jamshīd al-Kāshī (15th century), some four centuries after the introduction of this method by Ibn al-Haytham. The present treatise represents an important juncture in the history of the development of mathematics of the *qibla*, and sheds more light on the contributions of one of the most important scientists of medieval Islam.

Why is the Sea Salty? The Discussion of Salinity in Hebrew texts of the Thirteenth Century  
Resianne Fontaine

The thirteenth-century Hebrew texts that discuss salinity all ultimately go back to Aristotle's treatment of the subject in the *Meteorology*. However, in these Hebrew texts the question of what exactly makes the sea salty is answered in diverging ways. The oldest of them, the *Otot ha-Shamayim* (1210), being the Hebrew translation of the Arabic paraphrase of the *Meteorology*, proposes various causes of the sea's salinity, to wit, the dry exhalation, the action of heat, and the admixture of an earthy substance. This is due partly to Aristotle's own ambiguity, and partly to the fact that his Greek commentators interpreted his words in different ways. Two later encyclopedias, the *Midrash ha-Hokhma* (c. 1245) and the *De'ot ha-Philosofim* (c. 1275?) base their expositions of salinity on Ibn Rushd, whose two commentaries on the *Meteorology* contain various theories. The first

encyclopedia opts for the action of heat as the major cause in producing saltiness, whereas the second attempts to explain in which way the various causes are interrelated by advisedly combining Ibn Rushd's accounts.

The Computation of the Maximum Value and the "Derivative" according to Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī  
Nicolas Farès

The importance of the *Treatise on equations* by Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī (12th century) has been brought to our attention by R. Rashed (1974, 1986), who underlined the analytical aspects of this essentially algebraic work. Following Rashed, this article concentrates on one of these analytical concepts, namely the maximum of a polynomial expression  $f(x)$  of degree 3. The purpose is to clarify the techniques that led al-Ṭūsī, when computing the maximum of  $f(x)$ , to systematically display algebraic equations equivalent to  $f'(x) = 0$ . By demonstrating that al-Ṭūsī's essentially algebraic proofs were also based on analytical procedures, we show that the presence of these equations was not fortuitous, but resulted from a correct understanding of the maximum of  $f(x)$ . The accompanying geometrical representations were primarily for illustration.

Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī and Newton's Polygon  
Christian Houzel

The *Treatise on Equations* of Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī (2nd half of the 12th century) is in the tradition of 'Umar al-Khayyām (d. 1131). However, it has two special features. First, it contains a full discussion of the *existence* of a solution for third-degree equations, which al-Ṭūsī establishes by proving that the conic curves that represent this solution effectively intersect – a proof based on an intuitive notion of connexity. Secondly, al-Ṭūsī develops algorithms for the numerical resolution of these third-degree equations. The first stage of one of these algorithms follows a procedure which is akin to the so-called method of *Newton's polygon*.

Al-Qūhī's tangent circles  
Philippe Abgrall

This article presents the Arabic text of al-Qūhī's short geometric treatise, *The Book of the centres of the tangent circles on lines, by the method of analysis* (X<sup>e</sup> century), with translation and a mathematical commentary. In this treatise al-Qūhī solves by analysis an ordered set of eight problems where the goal is to locate, on a given line, the centre of a circle which is tangent to

two given elements, which may be points, straight lines or circles. For example, in the first problem he wanted to find the centre of a circle which contains two given points. In fact, al-Qūhī establishes the locus of the solutions, and this locus can be a straight line or a conic. The treatise is reminiscent of one of the purposes of al-Qūhī's work on the perfect compass (an instrument to draw conics by moving continuously), namely to assign to the conics the status of regular lines.

## RÉSUMÉS

La solution universelle d'Ibn al-Haytham pour trouver, par le calcul, la direction de la *qibla*

Ahmad S. Dallal

Dans cet article, on présente une édition, une traduction et un commentaire d'un traité d'al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haytham (m. 1040), dont l'objet est de déterminer, par le calcul, l'azimuth de la *qibla*. Ibn al-Haytham y propose une méthode universelle pour trouver la direction de la *qibla*, en n'importe quel emplacement sur la surface de la terre, en utilisant la trigonométrie sphérique et le calcul exact. La solution par calcul d'Ibn al-Haytham n'a pas été étudiée auparavant et le présent traité a souvent été confondu avec une autre œuvre d'Ibn al-Haytham, dans laquelle ce dernier utilise une construction par analemme pour résoudre le même problème. Cette confusion a eu pour effet de conduire les chercheurs modernes à attribuer, à tort, la première solution universelle du problème de la *qibla* à Jamshīd al-Kāshī (XV<sup>e</sup> siècle), solution conçue quelque quatre siècles après la méthode introduite par Ibn al-Haytham. Le présent traité d'Ibn al-Haytham est ainsi remarquable pour deux raisons: il représente un jalon important dans l'histoire du développement des méthodes mathématiques pour résoudre le problème de la *qibla*, et il jette des lumières nouvelles sur la contribution de l'un des plus grands savants de l'Islam médiéval.

Pourquoi la mer est-elle salée? La discussion sur la salure de la mer dans les textes hébraïques du XIII<sup>e</sup> siècle

Resianne Fontaine

Les textes hébraïques du XIII<sup>e</sup> siècle, à caractère scientifico-philosophique, qui discutent le phénomène de la salure de la mer, prennent tous leur inspiration ultime dans le traitement de cette question par Aristote dans ses *Météorologiques*. Toutefois, la question de savoir exactement ce qui fait que la mer est salée reçoit des réponses divergentes. Le plus ancien de ces textes, le *Otot ha-Shamayim* (1210), qui est la traduction hébraïque de la para-

phrase arabe des *Météorologiques* d'Aristote, semble proposer de multiples causes de la salure de la mer, à savoir l'exhalaison sèche, l'action de la chaleur et l'addition d'une substance terreuse. Ceci est dû d'une part à l'ambiguïté d'Aristote lui-même, et d'autre part au fait que les commentateurs grecs ont interprété de différentes manières la discussion d'Aristote. Deux encyclopédies plus tardives, le *Midrash ha-Hokhma* (c. 1245) et le *De'ot ha-Pilosofim* (c. 1275?), appuient leur exposé touchant la salure de la mer sur les deux commentaires des *Météorologiques* par Ibn Rushd, lesquels reflètent une connaissance de théories diverses. La première de ces encyclopédies opte pour l'action de la chaleur comme cause majeure de la salure de la mer. La seconde tente d'expliquer, en combinant de propos délibéré les exposés d'Ibn Rushd, de quelle manière les diverses causes sont reliées les unes aux autres.

#### Le calcul du maximum et la "dérivée" selon Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī Nicolas Farès

L'importance du *Traité des équations* de Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī (2<sup>e</sup> moitié du XII<sup>e</sup> siècle), a été mise en évidence par les travaux de R. Rashed (1974, 1986), qui ont souligné les aspects analytiques de cette œuvre essentiellement algébrique. Parmi les notions analytiques qui figurent dans le *Traité* d'al-Ṭūsī, nous évoquerons uniquement celle du maximum d'une expression polynomiale du 3<sup>e</sup> degré,  $f(x)$ . La présente étude pourrait apporter une contribution à une problématique posée par R. Rashed: élucider les moyens et les techniques qui, lors du calcul du maximum, auraient conduit al-Ṭūsī à mettre systématiquement en valeur des équations équivalentes à  $f'(x) = 0$ . Notre étude confirme que la présence de telles expressions n'est pas fortuite; elle découle d'une conception correcte du maximum de  $f(x)$ . À cet effet, nous montrons que si les démonstrations utilisées par al-Ṭūsī sont essentiellement algébriques, elles s'appuient sur des procédés analytiques; les représentations géométriques qui les accompagnent constituent surtout des moyens de visualisation.

#### Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī et le polygone de Newton Christian Houzel

Le *Traité des équations* de Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī (2<sup>e</sup> moitié du XII<sup>e</sup> siècle) se situe dans le prolongement de l'œuvre de 'Umar al-Khayyām (m. 1131). Il s'en distingue toutefois par deux traits. 1) Il contient une discussion complète de l'*existence* de la solution d'une équation du 3<sup>e</sup> degré, existence qu'al-Ṭūsī établit en démontrant que les deux courbes coniques destinées à construire cette solution se rencontrent effectivement. Cette démonstration se fonde sur une idée intuitive de la connexité. 2) Il présente des algorithmes pour la résolution numérique des mêmes équations. La première étape de

l'un de ces algorithmes suit une procédure qui s'apparente à la méthode dite du *polygone de Newton*.

**Les cercles tangents d'al-Qūhī**  
Philippe Abgrall

Nous présentons ici l'édition, la traduction et le commentaire mathématique d'un court traité de géométrie composé par al-Qūhī, et intitulé: *Le livre des centres des cercles tangents situés sur des lignes, par la méthode de l'analyse*. L'auteur y résout, par l'analyse, un ensemble ordonné de huit problèmes dont le but est de rechercher sur une ligne donnée, le centre d'un cercle tangent à deux éléments donnés, pris parmi des points, des droites ou des cercles. Par exemple, dans le premier problème, il cherche le centre d'un cercle passant par deux points donnés. En fait, al-Qūhī détermine des lieux de solutions, et ces lieux sont soit des droites, soit des coniques. Ce traité constitue un témoin de la recherche qui s'est faite au X<sup>e</sup> siècle sur les coniques. Il rappelle notamment un des buts poursuivis par al-Qūhī dans son étude sur le compas parfait, un instrument pour tracer les coniques d'un mouvement continu: assigner aux coniques le statut de lignes régulières.