Curvature and Homology, de Samuel I. Goldberg. Academic Press Inc., New York, 1962. xvii + 315 pages. \$8.50.

Voici d'abord un résumé du contenu de ce livre.

Chap. I - Variétés riemanniennes: Généralités sur les variétés, les connexions linéaires et la géométrie riemannienne.

Chap. II - Topologie des variétés différentiables: Homologie et cohomologie singulières. Cohomologie de de Rham. Théorie des formes harmoniques (sur une variété riemannienne compacte orientable, toute forme fermée est cohomologue à une forme harmonique et à une seule).

Chap. III - Courbure et homologie des variétés riemanniennes:

1°) Application de la théorie des formes harmoniques à l'obtention de relations entre la courbure et la topologie (en particulier, étude des variétés suffisamment pincées).
2°) Généralités sur les dérivées de Lie. Groupe des isométries et des transformations conformes d'une variété riemannienne.

Chap. IV - Groupes de Lie compacts semi-simples: Un tel groupe étant muni de la métrique bi-invariante définie par la forme de Killing, les formes harmoniques sont alors les formes bi-invariantes. Applications: les deux premiers nombres de Betti du groupe sont nuls, le troisième ne l'est pas, l'invariant d'Euler-Poincaré est nul.

Chap. V - Variétés complexes:

1°) Généralités.
2°) Sur une variété kaehlerienne compacte, toute forme holomorphe est harmonique, et le laplacien commute avec la multiplication extérieure par la forme de Kaehler. Application à la topologie de ces variétés.

Chap. VI - Courbure et homologie des variétés kaehleriennes:

1°) Variétés à courbure holomorphe constante (notion triviale en dimension complexe strictement supérieure à I)
2°) Variétés compactes complexes parallélisables (quotients d'un groupe de Lie complexe par un sous groupe discret).
3°) Plongement isométrique local d'une variété kaehlerienne dans C^n (la courbure de Ricci doit être non positive).
4°) Nullité de certains groupes de cohomologie $H^p(M, \Lambda^q B)$, ou $\Lambda^q B$ désigne le faisceau des germes de q-formes holomorphes sur M, à valeurs dans un fibré vectoriel complexe B de fibre-type C.

Chap. VII - Groupes de transformations sur les variétés kaehleriennes et presque kaehleriennes: Comparaison du groupe des transformations holomorphes, des automorphismes de la structure symplectique, des transformations conformes, et des isométries.

Appendice A - Théorèmes de de Rham: Isomorphisme entre la cohomologie singulière et la cohomologie des formes sur une variété compacte.

Appendice B - Le cup-produit: L'isomorphisme précédent est un isomorphisme d'anneau.

Appendice C - Théorème de Hodge: L'isomorphisme entre la cohomologie et l'espace des formes harmoniques n'a été démontré au chap. II qu'en admettant la propriété de l'espace des formes harmoniques d'être de dimension finie. C'est cette propriété qui est démontrée ici, par des méthodes d'espace de Hilbert.

Appendice D - Partition de l'unité: Existence d'une partition différentiable de l'unité sur une variété différentiable dénombrable à l'infini.

Les applications de certaines techniques ne sont pas toujours bien choisies: l'auteur aurait pu signaler que la nullité de l'invariant d'Euler-Poincaré d'un groupe de Lie compact est une conséquence immédiate de l'existence d'un champ de vecteurs invariant à gauche partout différent de O; la démonstration qu'il en donne, valable seulement dans le cas semisimple, ne peut servir qu'à illustrer la théorie des formes harmoniques. Regrettons aussi que certaines méthodes élégantes de calcul ne figurent que dans les exercices (qui, en plus, font ainsi double emploi).

Certaines initiatives "pédagogiques", par contre, nous semblent particulièrement réussies. Par exemple:
- l'introduction des formes harmoniques et de l'opérateur $*$, avec le cas des surfaces de Riemann (p. 64-68),
- l'introduction de la cohomologie (de Čech) à valeurs dans un faisceau par l'exemple du cas 1-dimensionnel (p. 270-271).

Rassemblant enfin un grand nombre de résultats, ce livre facilitera grandement le travail des chercheurs.

Daniel Lehmann, Institut Henri Poincaré

Combinatorial Mathematics, by H. J. Ryser. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1963. ix + 141 pages. $4.00.

This is a most welcome addition to the series of Carus mathematical monographs published by the Mathematical Association of America. In spite of the rapidly increasing utilization of the area of combinatorial mathematics in an impressive variety of applications, this is only the second book on the subject to appear in recent times. The first was, of course, the treatise by John Riordan "An introduction to combinatorial

https://doi.org/10.1017/S0008439500032008 Published online by Cambridge University Press