

author exploits many of the advantages to unify the book and by the end a student should understand and appreciate the value of the approach. On the other hand, there is the chance that the approach may discourage a weaker student so that he never reaches the point where he can appreciate it. The reviewer's own experience of teaching from the earlier notes to students who were of a high general standard was that the first part of the course was always a serious difficulty for nearly all students; once the first chapter on group theory was covered, however, there was an obvious benefit in the rest of the course.

To overcome some of the disadvantages of starting from the abstract, the author has taken great pains to include a great many examples, and he emphasizes proofs which are concrete rather than elegant. This emphasis is very much a matter of personal taste, but occasionally it seems to get out of hand such as in his proof that the rationals less than $\sqrt{2}$ have no least upper bound, and his use of P.M. Cohn's 'cancellation law' for the proof of the unicity of the decomposition of finitely generated abelian groups.

Finally a few comments on the material included. There is no attempt to include a course in linear algebra, but the chapter on vector spaces is sufficient for applications in field theory. The chapter on the integers leads into a definition of the integers as an ordered integral domain whose positive elements are well-ordered, and essential uniqueness is established. The Witt proof of the Wedderburn theorem on finite division rings appears, and the chapter on finite groups includes the Sylow theorems and a detailed account of finitely generated abelian groups. The fundamental theorems of Galois theory are proved (for fields of characteristic 0), and these lead to the solution of equations by radicals and the symmetric function theorem. A nice surprise in this chapter is the theorem (due to Galois?) that the group of a polynomial irreducible over the rationals, with exactly 2 complex roots and of prime degree p , is the symmetric group S_p . In each chapter there are plenty of good exercises, some historical notes and a short bibliography for wider reading.

At present there is a flood of new texts in abstract algebra, but I think that this book stands up well to the competition. It would be a useful (and solid) text for a year course with above average students.

John D. Dixon, University of New South Wales

Hel Braun und Max Koecher, Jordan-Algebren. (Grundlehren der Math. Wissenschaften 128). Springer-Verlag, Berlin, 1966. xiv + 357 pages. Price DM.48.

Lorsqu'en 1932 P. Jordan introduisit, comme instrument des quanta, les algèbres qui portent son nom, (JA), il ne se doutait pas de l'extension que prendrait vingt ans plus tard l'étude de ces structures. Après ses premières communications, son travail d'ensemble avec

v Neumann et Wigner et quelques mémoires échelonnés de 1932 à 1949, pendant près de 15 ans tout l'effort est assumé par quelques uns: Albert, Jacobson ... En 1955 encore, l'intérêt va plus aux algèbres de Lie qu'aux JA ; mais Jacobson s'efforce de rendre les démonstrations indépendantes de la théorie des algèbres de Lie et, dès 1955, les JA suscitent une émulation croissante. La littérature, avec un point culminant vers 1962, abonde en publications sur une doctrine à laquelle l'algèbre générale non-associative doit son essor autant qu'aux algèbres alternatives et plus qu'à celles de Lie. Enfin le JA sont à présent appliquées à l'analyse, à la génétique (M. Bertrand) et à la géométrie (plans projectifs non arguésiens, d'octaves, de Moulton, Hughes, André, Pierce,) et l'on voit les traités (Almeida-Costa, Algèbre, Vol. III, Lisboa 1967), leur faire une place.

Les auteurs (AA) étaient hautement qualifiés pour cette tâche. Braun, élève de Siegel, dans ses travaux sur les formes hermitiennes, a généralisé le théorème principal de Siegel sur les formes quadratiques; l'école d'Artin l'a adoptée pour son nouveau maître. Outre ses travaux plus anciens, Koecher a produit, dans les seules années 1955-63, plus de dix mémoires (caractérisation, domaine de positivité, formes quadratiques ...) concernant directement les JA .

Avec le domaine commun indispensable, le Ch.I contient les propositions de base relatives aux algèbres à puissances associatives, à la notion de radical comme fondée sur les formes normales et semi-normales; point de vue qui conduit à un traitement souple des JA et des algèbres alternées.

Jacobson (1959-63) a défini pour toute algèbre, A , strictement associative sur les puissances, de dimension finie, avec unité, une norme générique, N , au moyen du polynôme minimal de l'élément générique de A . Il a considéré le groupe des transformations linéaires de A , laissant N invariante. Au Ch.II ces idées sont complétées par celles de Koecher (1962), Tits (1964) et McCrimmon, appliquées aux algèbres de degré 1 et illustrées par un exemple.

Dans le Ch.III on introduit la notion d'algèbre homogène. On développe les résultats de Jacobson, Koecher, McCrimmon et Schafer sur ces algèbres (représentation quadratique, algèbres fortes, demi-simples, séparables, permises, normales, associatives).

Commençant par les JA flexibles, puis passant au cas commutatif on établit au Ch.IV les théorèmes de Koecher (1962) sur la caractérisation des JA au moyen de leur représentation quadratique, dont les démonstrations, influencées par Artin, utilisent les inverses dans une JA . On termine par les propriétés du groupe d'automorphisme d'une JA .

Le Ch.V est consacré à de nouveaux développements sur les mutations des JA et contient les conclusions de Lorenzen sur les représentations quadratiques (Hamburg, 28, 1965, 115-123) et sur les isotopies.

Q'une JA doit être considérée comme formant avec ses isotopes un tout inséparable montre l'importance des concepts étudiés: itération des isotopies, condition d'équivalence avec un isomorphisme, algèbres dont l'une est isomorphe à une isotope de l'autre.

Le Ch. VI présente, après une suite de JA particulières données en exemples, la connexion entre les domaines Ω de l'espace euclidien réel et les JA réelles, puis la condition de Koecher (1962) pour qu'un domaine Ω , Y , sur un corps de caractéristique $\neq 2, 3$ procure une JA, $\mathcal{U}(Y, \omega, e)$ d'unité e .

Après un rappel des propriétés fondamentales des algèbres alternatives (Moufang), la construction des algèbres alternatives quadratiques est obtenue au Ch. VII. Les algèbres d'octaves (Tits, Freudenthal, ...) sont discutées. Les JA exceptionnelles remplissent les deux derniers paragraphes.

Le Ch. VIII traite de la décomposition de Peirce, avec application aux algèbres simples, régulières, exceptionnelles, réduites ... Le corollaire 9.5 donne la condition de Meyberg (1965) pour que la forme de Killing d'une JA sur un corps, $k \neq 2$, ne soit pas dégénérée.

Au Ch. IX on établit cette forme pour les deux algèbres de Lie déduites d'une JA par dérivation et par transformations infinitésimales du groupe de structure.

La classification des JA simples et régulières simples est réalisée au Ch. X au moyen de deux théorèmes d'isomorphisme.

Dans XI on revient sur les JA construites sur le corps des réels et sur celui des complexes. Des résultats récents (Hirzeberg, automorphisme, régularité), dont certains s'interprètent géométriquement, (th. 3.9), sont présentés.

La bibliographie s'étend jusqu'à nos jours et même, certains travaux n'avaient pas encore paru à la sortie du livre. Elle comprend presque 400 titres, dont le tiers seulement est reproduit à la fin des divers Chapitres. Sauf p. 325, les sources ne sont pas citées. Un index et une table de symboles renvoient aux pages, attention qui sera appréciée du lecteur. Concluons par une citation d'un grand maître: "Je tiens le livre JA pour une belle pièce d'oeuvre ...".

Rapportant ce jugement, on ne fera tort ni au respect dû à la modestie des AA, ni à l'amitié que l'on a pour le juge.

A. Sade, Pertuis, Vaucluse, France