

ASSURANCE AUTOMOBILE — STATISTIQUE ET TARIFS

ALEXANDRE CANNET

Paris (France)

Commentaires sur les constatations expérimentales d'une Compagnie Française en matière d'Assurance Responsabilité Civile Automobile pour la période de 1949 à 1959 et méthode préconisée pour la détermination du prix de revient moyen d'une catégorie de risques bien définie.

De nombreux travaux actuariels ou statistiques ont été effectués dans tous les pays pour rechercher les lois pouvant régir les primes d'assurance Automobile en fonction de certaines variables.

Il ne semble pas toutefois que ces travaux théoriques soient facilement exploitables dans la pratique, étant donné les difficultés de saisir d'une manière suffisamment approchée les valeurs réelles des variables.

Notamment, en matière d'assurance Responsabilité Civile Automobile, l'expérience française montre que dans les éléments pouvant servir au calcul des primes, seul paraît suffisamment connu à ce jour, le nombre des véhicules exposés au risque.

Dans une Conférence faite à l'Institut des Actuaires Français M. CONSTANT a exposé ses recherches d'une loi de distribution permettant de déterminer les variations du coût moyen des sinistres en fonction des variations d'indices économiques, mais il ne semble pas qu'une utilisation pratique de cette théorie ait pu être obtenue dans le cadre des Entreprises d'Assurances Françaises.

C'est pourquoi il m'a paru bon d'exposer ci-après les résultats d'une méthode expérimentale utilisée dans une importante Compagnie d'Assurance Française pour apprécier si des corrélations peuvent apparaître entre la variation du coût moyen des sinistres et la variation du ou de plusieurs indices économiques. Cette méthode par ailleurs, donne également un moyen pour déterminer un nombre théorique de sinistres qui soit à l'abri des modifications

importantes que les déclarations de sinistres — seul élément connu dans les Compagnies — peuvent subir selon certaines conjonctures.

Avant d'aborder l'exposé de la méthode, je crois utile toutefois de signaler quelques principes essentiels relatifs aux règlements des sinistres de Responsabilité Civile dans la Branche Automobile en France.

Tout d'abord, les sinistres survenus au cours d'une année d'assurance ne sont statistiquement connus que s'ils sont déclarés à la Compagnie. Une collision entre deux véhicules donne lieu, en principe, à deux déclarations; l'enregistrement en statistique conduit donc à deux sinistres. Toutefois, pour des raisons faciles à comprendre, telles que répercussion sur le bonus ou sur les majorations de primes éventuelles, les Assurés s'abstiennent dans un certain nombre de cas, de déclarer les sinistres, surtout si leur responsabilité ne leur paraît pas engagée. Dans ce cas, le dénombrement statistique est réduit à un.

De plus les assurances complémentaires: Assurances Dommages ou Assurances de Recours, souscrites en même temps que le contrat de Responsabilité Civile, provoquent des modifications importantes dans les déclarations puisque l'Assuré est amené à se préoccuper non seulement de sa Responsabilité Civile, mais également du remboursement de ses propres dommages, soit directement par la Compagnie, soit par suite du recours exercé par cette Compagnie.

L'évolution du nombre des sinistres dépend donc, a priori, de facteurs subjectifs qui rendent difficile la recherche de la comparaison des déclarations d'une année sur l'autre, ainsi qu'entre différents groupes de véhicules ou d'assurés.

Enfin, l'introduction de nouvelles méthodes de gestion peut entraîner des perturbations d'une telle importance que la comparaison des dénombrements des sinistres devient pratiquement impossible. Il en a été ainsi en France en 1960 du fait de l'application des Conventions "Expertises" et "Règlements Forfaitaires Anticipés".

La notion de fréquence calculée sur sinistres déclarés soit pour l'ensemble des véhicules, soit pour certains groupes déterminés, devient un élément bien incertain.

En ce qui concerne le coût des sinistres, il faut savoir que les règlements de ceux survenus *au cours d'une année déterminée*

s'échelonnent sur plusieurs années successives: 4, 5, 6 et quelquefois 10 années.

Compte tenu de la jurisprudence actuellement bien confirmée en France, les règlements effectués au cours de chaque année tiennent compte du préjudice apprécié non pas le jour de la survenance de l'accident, mais le jour du règlement. Quand on sait que les valeurs des différents éléments servant à la détermination de ce préjudice, ont été majorées depuis 1949 — base 100 — de plus de 200 %, il peut sembler vain, a priori, de chercher à prévoir dès la première année la valeur de l'ensemble des règlements afférents aux sinistres survenus au cours de ladite année.

L'exposé ci-après, a pour but de montrer d'une manière expérimentale que cependant une Compagnie a réussi à prévoir d'une façon satisfaisante à la fin de chaque année pour la période des dix années écoulées depuis 1949, quel pouvait être le montant des règlements qui seraient effectués dans les années suivantes.

La portée de cette démonstration expérimentale est triple:

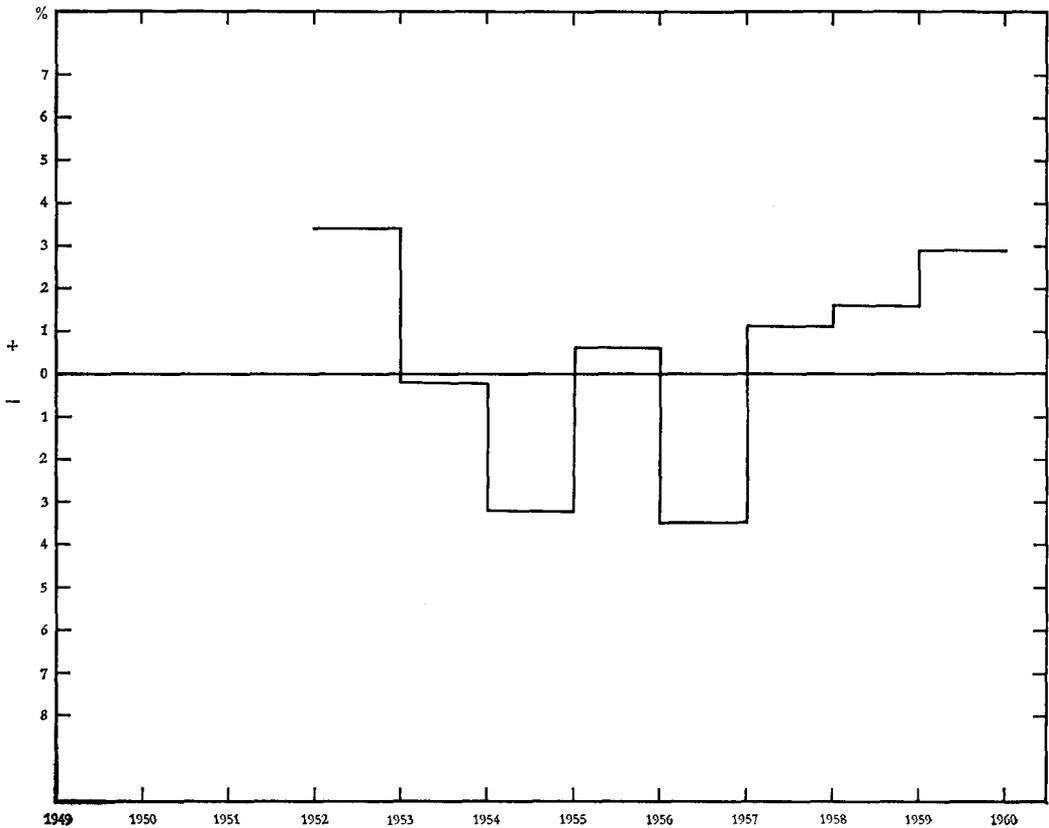
1° On peut espérer par l'interprétation de corrélations statistiquement constatées, trouver des règles de prévision des valeurs des sinistres permettant aux entreprises d'établir des Bilans et des comptes de Profits et Pertes offrant une sécurité suffisante malgré l'importance du poste relatif aux évaluations de sinistres non encore réglés.

2° On peut penser également que des études statistiques faites sur des ensembles importants de véhicules ou d'Assurés pourront conduire à une détermination acceptable de la valeur de la prime pure unitaire dans un délai relativement assez court après clôture de l'année inventoriée.

3° Elle permet de conclure à la nécessité d'opérer par des moyens différents de ceux actuellement utilisés, chaque fois que l'on veut pousser la recherche de la prime pure unitaire dans des groupes d'importance assez faible, ce qui est pourtant la condition indispensable d'une bonne production pour les Compagnies soucieuses de ne pas réaliser d'antisélection dans leur production.

Je tiens tout d'abord à préciser que l'appréciation de la valeur des résultats expérimentaux enregistrés résulte de la constatation suivante:

Si l'on totalise le montant des évaluations de fin de première année pour l'ensemble des dix exercices de 1949 à 1958 inclus, on trouve que l'écart entre lesdites évaluations et le montant des sinistres réglés et évalués connu fin 1960 pour les mêmes exercices, est de 2,82 %. Je rappelle que pendant la même période, la variation des indices permettant d'apprécier l'évolution du coût des sinistres a dépassé 200 %.



Graphique n° 1

Une seconde indication peut être donnée par les écarts provenant des modifications des évaluations au cours de chacun des exercices ultérieurs. En comparant pour un exercice déterminé, le montant des règlements et réserves correspondant aux sinistres survenus

depuis l'exercice 1949 jusqu'à l'exercice considéré, au montant des mêmes règlements et réserves pour les mêmes exercices à la fin de l'année suivante, je constate que les variations sont données par la courbe ci-jointe (graphique n° 1). Les pourcentages des variations sont relativement faibles et l'expérience montre qu'en fait, les résultats d'une année ont été suivis d'une correction pour l'année suivante. C'est ce qui s'est passé en 1954: insuffisance — 1955: excédent — 1956: insuffisance — 1957: excédent. Il faut bien reconnaître cependant que ces variations ne comportent pas d'indication précise quant à la valeur réelle des évaluations des montants de sinistres. L'insuffisance ou l'excédent qui apparaît un an après est certainement influencé par le souci de correction découlant des résultats de l'exercice précédent. On peut se demander si la constatation d'une insuffisance qui appelle une correction en majoration ne risque pas d'amorcer des insuffisances successives en progression géométrique. C'est pourquoi, dès maintenant, j'attire l'attention sur l'importance de règles d'inventaires dont il faudra exiger le respect pendant un nombre d'années suffisant pour connaître effectivement la valeur relative des évaluations.

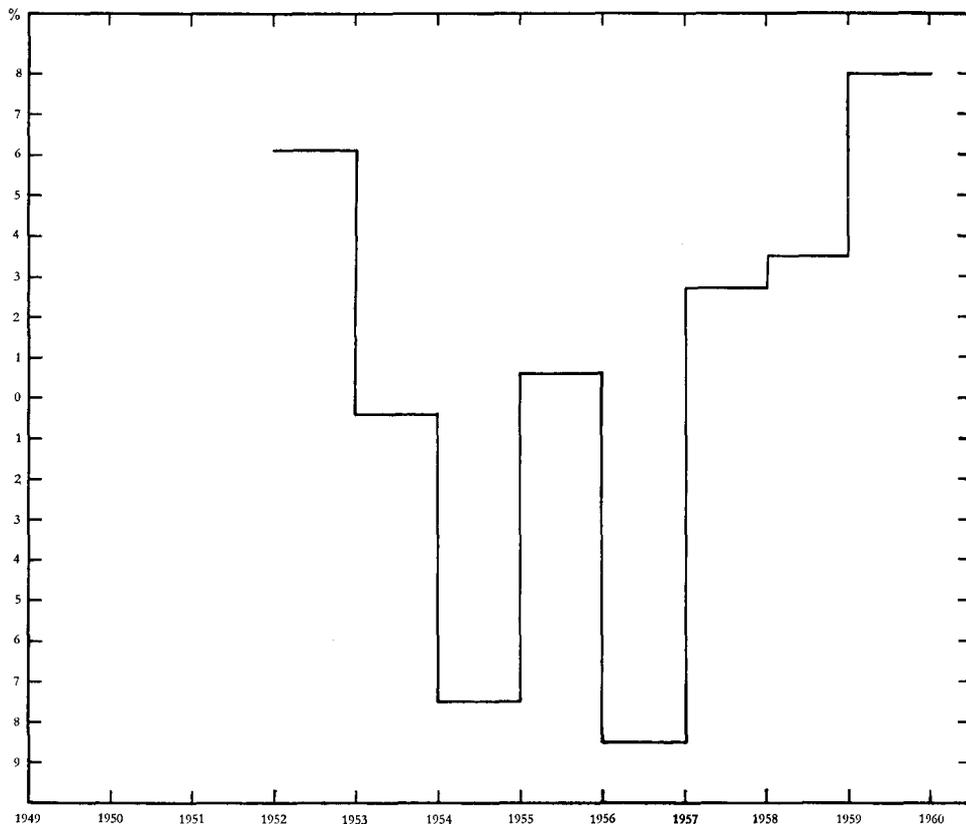
Le troisième élément qui présente un intérêt indéniable pour l'arrêté des comptes, est donné par la comparaison des excédents ou insuffisances d'évaluation à la fin de chaque exercice rapporté, non pas comme ci-dessus, au montant total des règlements et évaluations correspondant à chaque exercice, *mais au total des sinistres évalués* à l'exclusion de tous règlements, c'est-à-dire les montants constituant les réserves techniques pour règlements de sinistres.

Le graphique n° 2 ci-après, donne l'importance relative desdites variations.

A l'examen de ces résultats, je crois qu'il est possible d'admettre que les différences constatées sont, en pourcentage, d'un ordre de grandeur admissible, eu égard aux difficultés que présente le problème de prévision en matière d'évaluation des sinistres Automobiles, dont le règlement s'échelonne sur de très longues périodes. En théorie, il s'agit de deviner les variations des indices économiques puisqu'ils ont une répercussion directe sur le coût des sinistres.

Je n'indiquerai pas ici les règles d'inventaire de la Compagnie ayant servi de base à la présente étude, chaque entreprise ayant

nécessairement les siennes propres. Le seul intérêt de la documentation fournie ci-dessus, est de montrer qu'il me paraît nécessaire d'en donner aux Services chargés de l'évaluation des sinistres, d'en surveiller la stricte application pendant un certain nombre d'années pour en déterminer la portée réelle et éventuellement les corrections à apporter.

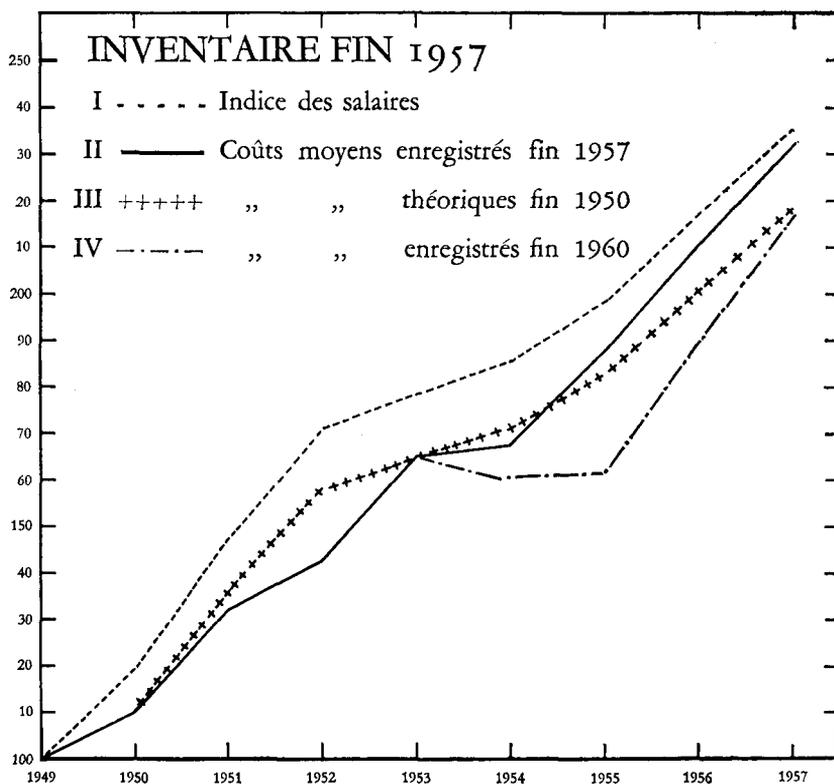


Graphique n° 2

La recherche de ces corrections m'a conduit notamment à suivre les variations du coût moyen des sinistres, rapportées à chaque exercice de compétence considéré. Ce coût moyen varie chaque année puisque le montant des sinistres est égal au total des règlements effectués en cours d'année et des évaluations des sinistres

non terminées. La variation de ces coûts moyens peut être suivie sur des graphiques. Je voudrais indiquer ci-après, ceux qui m'ont paru pouvoir présenter la meilleure utilisation.

Tout d'abord, j'ai admis une courbe de référence: c'est celle des variations de l'indice des salaires du manoeuvre (au temps) de l'industrie des métaux de la Région Parisienne, moyenne annuelle. Pourquoi cet indice? C'est tout simplement parce que dans ceux communiqués par les statistiques officielles il m'a semblé le plus certain et le plus difficile à permettre des modifications artificielles. Par ailleurs, il n'est pas douteux que la réparation des sinistres automobiles est très influencée d'une part, par les „corporels”, donc, les salaires ou revenus, d'autre part, par la réparation des “matériels” qui est elle-même très chargée par le coût de la



Graphique n° 3

main d'oeuvre. Un indice de salaires paraît donc, a priori, devoir présenter une signification valable dans le contrôle des évaluations des sinistres.

Le graphique n° 3, intitulé "Inventaire fin 1957" comporte :

Tracé n° 1 — Courbe de variation des indices de salaires définis ci-dessus.

Tracé n° 2 — Courbe de variation de la valeur du coût moyen constatée pour chaque exercice considéré en abscisse, tel qu'il résulte des règlements et évaluations connus à fin 1957.

Tracé n° 4 — la même courbe de coût moyen réel, examinée d'après les résultats fin 1960.

On constate que les valeurs des coûts moyens des exercices 1949 à 1953 sont restées très sensiblement constantes, alors que les coûts moyens des exercices 1954 à 1957 ont variés d'une façon sensible. Cette constatation n'est pas pour surprendre, puisque les exercices de 1949 à 1953 avaient en 1957, 5 ans ou plus d'observation.

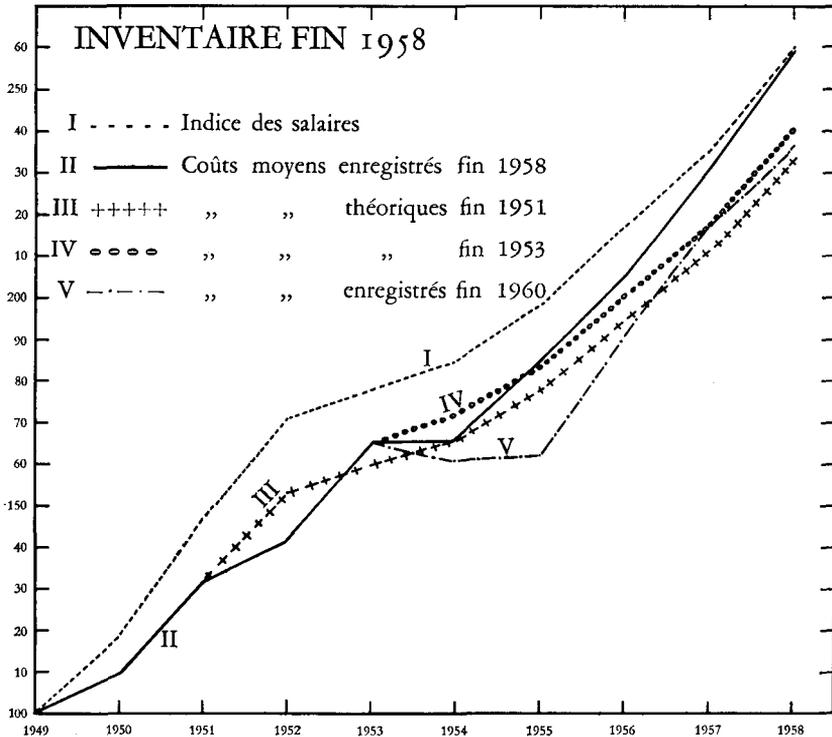
Un graphique supplémentaire est celui donné par la courbe n° 3. Le tracé et le rôle de cette courbe résultent des considérations suivantes.

A fin 1957, ce sont certainement les évaluations des exercices les plus récents: 1955, 1956 et 1957, qui présentent le plus d'erreurs. Il est donc de la plus haute importance d'en connaître le sens et une valeur approchée.

Admettons que la variation des coûts moyens de sinistres de chaque année est égale à la variation de l'indice des salaires pris pour référence. En appliquant cette règle à partir de 1950 en ce qui concerne l'inventaire fin 1957, on obtient la courbe n° 3 que j'appellerai courbe des coûts moyens théoriques. Il est facile de constater qu'elle suit assez bien la courbe n° 2 des coûts moyens réels constatés fin 1957, à l'exception du point de l'exercice 1952 et de celui de l'exercice 1957.

Notamment ce dernier point de la courbe 2 est situé au-dessus du point correspondant de la courbe des coûts moyens théoriques. A priori, cette anomalie ne peut résulter que de deux causes. Ou bien l'année considérée est frappée d'un nombre anormal de sinistres importants, ou bien le montant des évaluations est trop élevé. La décomposition par tranches des sinistres de l'exercice 1957 n'ayant rien révélé, il a donc été possible d'admettre un excédent

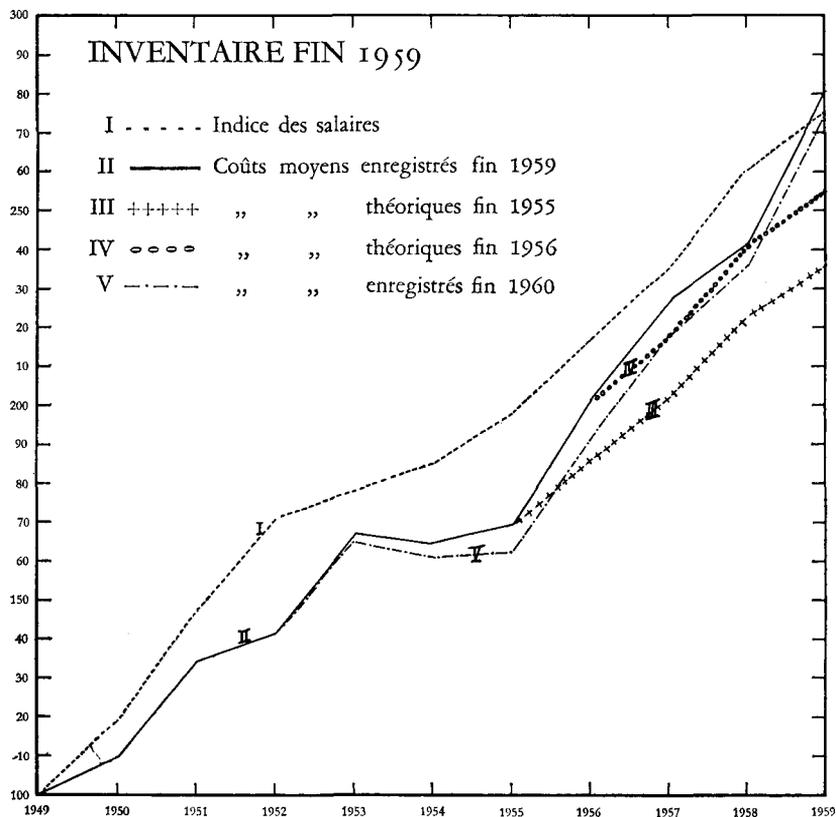
d'évaluations. L'expérience a montré que cette déduction était exacte, au moins fin 1960, et que l'erreur commise avait le sens et l'importance donnés par les graphiques.



Graphique n° 4

Une semblable étude doit être faite en fin de chaque année et les deux graphiques suivants correspondent aux résultats de l'inventaire fin 1958, et de l'inventaire fin 1959. En ce qui concerne l'inventaire fin 1958 — et compte tenu des éléments connus à la fin de cette année — il m'a paru plus opportun d'appliquer la règle de la détermination du coût moyen théorique, soit à partir de 1951, soit à partir de 1953. Ceci conduit donc à deux courbes très voisines l'une de l'autre, et qui évidemment, suivent un tracé parallèle à la courbe des indices des salaires. Là encore, et toujours dans l'hypothèse d'une variation des coûts moyens égale à la variation des indices des salaires — tout au moins pour les dernières

années considérées — et à défaut d'autres constatations effectuées dans la répartition des sinistres par tranches, il est possible d'admettre que les exercices 1956, 1957 et 1958 présentent des excédents d'évaluation. Par contre les exercices 1953, 1954 et 1955 pourraient être insuffisants. Les résultats expérimentaux fin 1960 montrent que ces prévisions se sont révélées exactes. Les exercices



Graphique n° 5

de 1957 et 1958, examinés fin 1960, présentent des excédents, et l'exercice 1953 présente un déficit. Bien qu'il y ait déjà plusieurs années d'information connue fin 1960, il reste difficile de connaître la valeur exacte de telles indications.

En ce qui concerne l'inventaire fin 1959, un graphique n° 5 ana-

logue permet de comparer la courbe des coûts moyens réels constatés fin 1959, à la courbe des coûts moyens théoriques établis à partir de l'indice de coût moyen réel soit en 1955, soit en 1956, et d'avoir une appréciation possible sur les excédents d'évaluation, notamment ceux correspondant à 1959. Les résultats obtenus fin 1960 ont confirmé ces prévisions et semblent permettre d'ajouter que l'exercice 1959 devrait encore contenir un supplément d'évaluation.

Ce dernier point toutefois, m'a paru — eu égard à l'importance du coût moyen ainsi déterminé — présenter une anomalie. J'ai donc été amené à rechercher si les méthodes de calcul des coûts moyens étaient bien les mêmes, quelles que soient les années. Un examen rapide m'a permis de constater qu'effectivement le nombre de sinistres enregistrés en 1959 présentait un caractère anormal par rapport aux années précédentes.

A priori, il était nécessaire d'admettre qu'avaient effectivement joué les facteurs mentionnés au début de cette étude comme susceptibles d'apporter des perturbations notables dans les déclarations de sinistres. Une diminution de fréquence d'une telle importance ne paraissait pas admissible.

Il faut reconnaître que de tout temps une différence a existé entre les décomptes des accidents déclarés et des accidents survenus. Il semble que les variations de cette "rétention" n'aient pas été très importantes, notamment dans les années considérées dans l'étude ci-dessus, c'est-à-dire depuis 1949 jusqu'à 1959. Mais il faut bien reconnaître que dans la pratique, aucune méthode de détermination de cette rétention n'avait été envisagée et que des variations de rétention ont certainement été interprétées comme variation de fréquence ou inversement. Et pourtant les perturbations apportées en 1960 par l'application des Conventions rappelées plus haut, ont été d'une telle importance que le problème de la recherche, en matière de sinistres, de chiffres comparables les uns aux autres est devenu primordial. Certains ont été tentés de supprimer la difficulté en calculant la prime pure à partir du coût total des sinistres S et du nombre des véhicules en circulation N

$$p = \frac{S}{N}$$

Mais nous savons que S est très mal connu, surtout dans un délai

assez court après la survenance des sinistres, et plus encore quand il faut en rechercher la valeur pour un groupe de faible importance.

Etant donné cette difficulté, il semble être du plus grand intérêt de trouver une méthode permettant, sinon d'avoir un élément certain quant au nombre de sinistres survenus, mais au moins d'obtenir des chiffres théoriques comparables d'une année sur l'autre, et pour lesquels l'ordre de grandeur des erreurs commises serait inférieur à celui résultant de l'indétermination concernant le coût des sinistres.

Une méthode a été mise en avant dernièrement, consistant à relier la détermination du coût total des sinistres, soit en nombre, soit en montant, aux éléments correspondants des "corporels", considérant comme "corporels" tous sinistres ayant entraîné des contusions, blessures, ou la mort pour des personnes. Un raisonnement intuitif pourrait laisser penser en effet, que ces derniers sont mieux connus et en principe, laissent moins de possibilités de choix quant à la non déclaration. A priori, cette méthode paraît logique. Toutefois, il faut reconnaître qu'elle repose sur un raisonnement subjectif et non pas sur des constatations réelles.

On peut redouter que les raisons qui ont retenu les assurés lors des déclarations de sinistres conservent toute leur valeur en ce qui concerne leur répercussion sur la détermination du nombre des sinistres corporels ou du nombre des sinistres matériels. Il est permis de penser qu'un assuré dont la responsabilité n'est pas engagée ne déclarera pas son sinistre, même si ce dernier a pu entraîner quelques blessures légères ou contusions. Certes, a priori, on peut supposer que l'importance des erreurs commises est moins grande que pour les "matériels", mais il ne s'agit que d'une appréciation et non d'une méthode de calcul. Si d'ailleurs on se reporte à l'expérience de l'exercice 1960, on constate que les nombres des sinistres répertoriés, soit comme "corporels" soit comme "matériels" ont subi des variations importantes provenant sans nul doute de la nouvelle politique adoptée par les Compagnies pour les déclarations de sinistres (Convention-Expertises notamment); mais il semble bien difficile de déterminer une loi quelconque correspondant à ces variations. Ceci provient probablement des déclarations faites avec indication de contusions, et que les rédacteurs — selon leur tempérament — ont classées dans les sinistres mixtes (donc compris

dans les "corporels") ou dans les sinistres purement matériels. Je ne pense pas qu'il y ait donc lieu de retenir cette formule, sauf peut être à titre de contrôle éventuel.

Par contre, il me paraît que la méthode suivante a un caractère plus certain, car elle élimine toute influence intuitive ou personnelle.

Tout accident mettant en cause deux voitures par suite de collision, doit nécessairement entraîner deux déclarations de sinistres. Si l'un des accidentés est responsable à 100 %, en principe la responsabilité de l'autre est nulle. S'il y a partage, dans ce cas les deux déclarations existent réellement. On peut donc en déduire que dans un *groupe fermé* comprenant par exemple tous les véhicules automobiles de la France entière, le nombre d'accidents déclarés peut être obtenu en doublant le nombre des accidents ayant entraîné une responsabilité de 100 % et en ajoutant le nombre de ceux ayant entraîné une responsabilité partagée. Cette règle simple permet donc de calculer le nombre: x de sinistres non déclarés et

la rétention: r , définie par la formule: $r = \frac{x}{n + x}$ n étant le nombre de sinistres déclarés, et le nombre réel de sinistres qui auraient dû être enregistrés étant égal à $\frac{n}{1 - r}$.

Dans quelles limites cette formule peut-elle être généralisée à des sinistres autres que ceux de collision et à des groupes ouverts tels que ceux constitués par les portefeuilles de Compagnies?

Ceci nécessiterait une étude complémentaire et notamment une décomposition des sinistres par nature. Les quelques sondages effectués dans la Compagnie examinée, montrent qu'à Paris les collisions de deux véhicules représentent 98 % du nombre des accidents, et en Province 90 %. Etant donné la faible importance de l'écart, on peut admettre que les variations de ce dernier existant d'une année sur l'autre sont d'une importance secondaire. La formule de la rétention appliquée à l'ensemble des sinistres doit donc conduire chaque année à des chiffres théoriques comparables les uns aux autres.

Si en 1959 les modifications de rétention ont été faibles, par contre l'exercice 1960 a connu une perturbation totale dans les déclarations de sinistres. Les indications expérimentales données

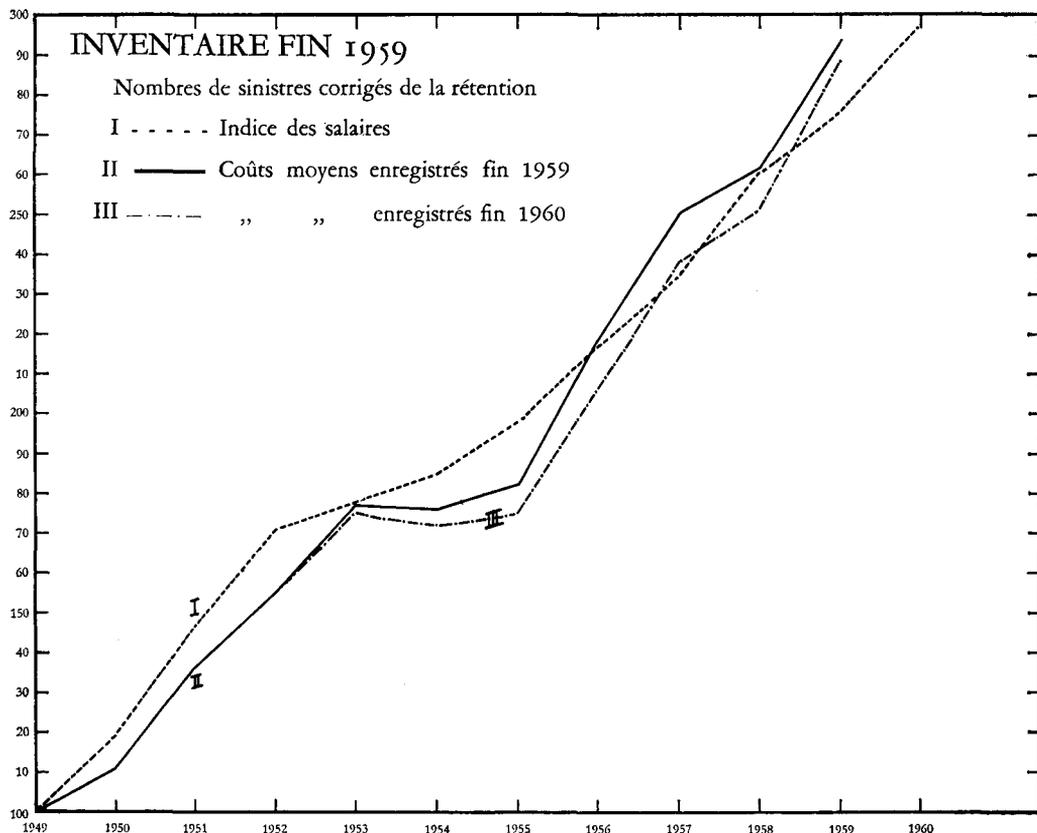
ci-dessus demandent donc à être corrigées pour effectuer la liaison nécessaire avec les éléments futurs. Malheureusement, il est difficile d'appliquer pour les années écoulées la méthode de recherche des chiffres théoriques de sinistres, les pourcentages de responsabilité dans les règlements de sinistres n'ayant pas été enregistrés soit dans les Compagnies soit dans la statistique générale. Dans ces conditions, j'ai été amené à adopter la méthode ci-après :

J'ai fait relever par sondages les différents pourcentages de responsabilité auxquels avaient été conduits nos Services de règlements de sinistres, pour un nombre limité de sinistres des exercices 1951, 1957, 1958 et 1959. Les sondages ont été effectués dans des dossiers de Paris et de Province, secteurs géographiques nettement différents en ce qui concerne la fréquence. Ils ont démontré que les pourcentages des nombres de sinistres ayant conduit à une responsabilité nulle ou à une responsabilité de 100 %, et du nombre de ceux ayant conduit à des responsabilités partagées, étaient très sensiblement comparables chaque année, sauf en ce qui concerne l'exercice 1959 à Paris. J'ai admis, a priori, que la rétention calculée à partir de ce petit nombre était valable pour l'ensemble des sinistres Paris d'un côté, et Province de l'autre, et compte tenu de cette rétention, j'ai calculé le nombre de sinistres théoriques résultant

de l'application du coefficient $\frac{1}{1-r}$ au nombre de sinistres enregistrés dans les exercices 1951, 1957, 1958 et 1959. Je tiens à préciser que le redressement opéré par cette méthode a varié entre 38 % et 50 % d'augmentation du nombre des sinistres déclarés en Province, et entre 10 % en 23 % pour Paris.

Comment expliquer cette généralisation à l'ensemble des sinistres du portefeuille à la suite de simples sondages ? Nous venons de voir que celle-ci serait justifiée pour les sinistres provenant d'un groupe fermé. J'ai donc admis que la composition des affaires de la Compagnie considérée était analogue à celle du groupe fermé, alors qu'il est bien évident qu'il s'agit d'un groupe ouvert et qu'à des responsabilités de 100 % à la charge d'assurés de la Compagnie correspondent généralement des assurés à responsabilité 0 dans les autres Compagnies. L'hypothèse faite signifie en réalité qu'il est admis que, comme dans le groupe fermé, la responsabilité civile moyenne de chaque assuré de la Compagnie est de 1/2, c'est-à-dire

que son portefeuille ne devrait présenter aucune anti-sélection. La justification de cette hypothèse m'a été donnée par la comparaison des déclarations de sinistres enregistrés au début de l'exercice 1961 par rapport à ceux déclarés pour la même période de 1960, compte tenu évidemment des modifications intervenues dans la composition du portefeuille.



Graphique n° 6

Les nombres de sinistres corrigés de la rétention ainsi obtenus ont permis de calculer des coûts moyens corrigés dont l'intérêt est évident puisque ces nouveaux coûts moyens sont indépendants des rétentions anciennes ou futures. Le nouveau graphique qui en résulte permet donc de grouper dans une comparaison valable

un certain nombre d'exercices de compétence et d'en suivre les résultats au cours des années. La liaison peut donc ainsi être faite entre les exercices écoulés et les exercices futurs.

Le graphique nouveau n° 6, obtenu après correction de la rétention, est celui intitulé „Inventaire fin 1959 après correction de la rétention”.

La position des divers points des deux courbes 2 et 3 correspondant aux valeurs des coûts moyens de chaque exercice examiné fin 1959 et fin 1960, permet de déduire une corrélation entre les variations de l'indice des salaires pris pour référence et celles des coûts moyens. Cette corrélation constatée expérimentalement peut se traduire par la règle suivante :

„Si l'on considère un certain nombre d'exercices successifs, notamment ceux pour lesquels le calcul du coût moyen est fortement chargé par l'importance du chiffre des évaluations, il est possible d'obtenir une valeur approchée des coûts moyens par application d'indices égaux à ceux donnés par la variation d'un salaire bien défini”.

Bien entendu, ce résultat n'est valable que dans les conditions de l'expérience, c'est-à-dire avec des salaires ayant augmentés assez fortement, mais progressivement, tout au moins par périodes de plusieurs années.

Dans le cas particulier, on peut distinguer deux périodes de variations quinquennales :

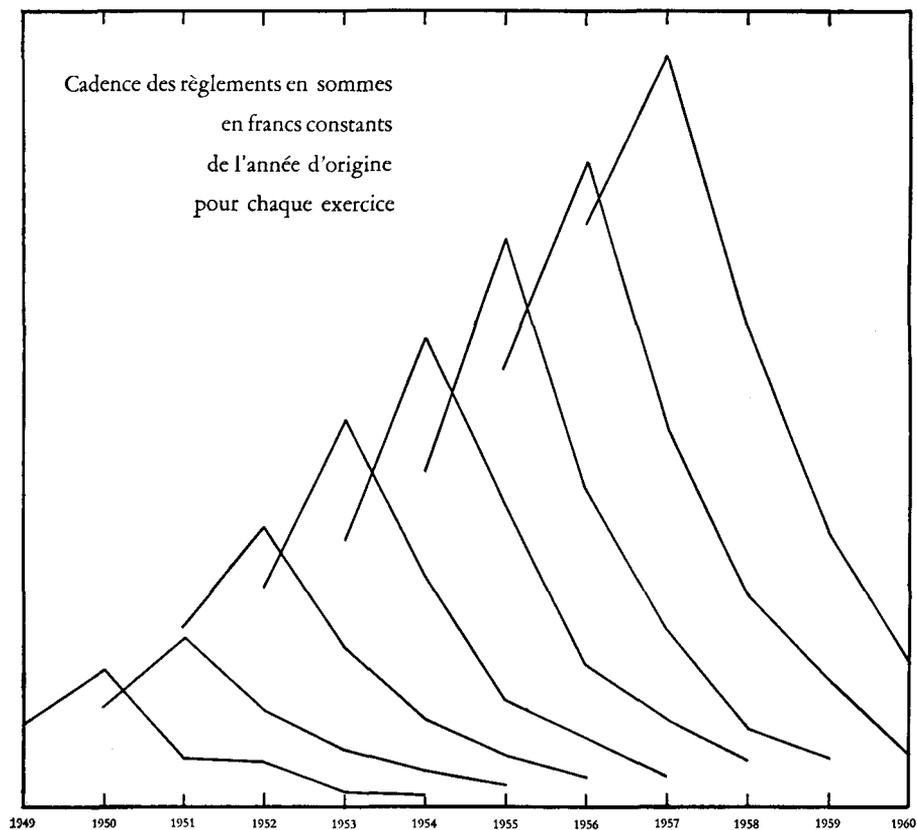
- la première: de 1949 à 1954
- la deuxième: de 1954 à 1959

Pour l'application pratique; seule la deuxième présente un réel intérêt, la première comprenant des exercices qui, au point de vue évaluations de sinistres restant à régler ne devrait pas poser de problème général surtout à l'échelle d'une Compagnie.

En examinant de plus près les modalités de règlement d'un exercice déterminé, nous sommes conduits au raisonnement suivant :

Nous savons que les règlements d'un exercice déterminé s'effectuent par fractions constantes. Cette constatation expérimentale est mise en évidence par le graphique n° 7 — dans lequel est porté en ordonnée pour chaque exercice, le montant des règlements effectués dans chacune des années successives.

Il y a un parallélisme remarquable pouvant servir de base tout au moins pour les cinq premières années de règlement, à l'adoption du principe de règlement à pourcentages constants.



Graphique n° 7

Il est à noter pour la bonne règle, que les règlements indiqués dans le graphique ont été ramenés à „francs constants” de l'exercice d'origine, c'est-à-dire corrigés à partir de la deuxième année de l'influence de la dévaluation.

La constatation expérimentale faite ci-dessus serait encore améliorée si les montants des règlements étaient écrêtés pour les rendre moins sensibles à l'influence des gros sinistres.

Par ailleurs, comme nous l'avons vu précédemment, les règlements

effectués dans chaque année sont influencés proportionnellement par l'indice des salaires de l'année, soit S_i le montant des sinistres d'un exercice déterminé: i . Nous savons que

$$S_i = \sum_1^n S_i^x$$

En appelant: x l'année de règlement du montant S_i^x , $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_x \dots$ les pourcentages de règlements annuels, K_i la valeur en francs constants des sinistres de l'année i considérée, on peut écrire:

$$S_i = \sum_1^n \alpha_x K_i \frac{\rho_{i+x}}{\rho_i} = \frac{K_i}{\rho_i} \sum_1^n \alpha_x \rho_{i+x}$$

ρ_{i+x} correspondant à l'indice des salaires de l'exercice: i considéré pour l'année de règlement x .

Si les mêmes sinistres étaient survenus dans l'année $i + 1$ les règlements partiels auraient été:

$$S_{i+1}^x = \alpha_x K_{i+1} \frac{\rho_{i+x+1}}{\rho_{i+1}}$$

D'après nos hypothèses $K_{i+1} = K_i \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i}$

donc $S_{i+1}^x = \alpha_x K_i \frac{\rho_{i+x+1}}{\rho_i}$

et $S_{i+1} = \sum_1^n S_{i+1}^x = \frac{K_i}{\rho_i} \sum_1^n \alpha_x \rho_{i+x+1}$

Les mêmes sinistres survenus dans l'exercice $i + 1$ auraient donc donné lieu à un total de règlement égal à celui de l'exercice i

multiplié par le facteur $\frac{\sum_1^n \alpha_x \rho_{i+x+1}}{\sum_1^n \alpha_x \rho_{i+x}}$.

Cette formule montre notamment que si la courbe des indices de salaires pouvait être ramenée à une droite, le facteur ci-dessus

serait égal au coefficient angulaire de la droite. C'est ce que l'on constate si on décompose les périodes de variations considérées en deux périodes quinquennales comme indiqué ci-dessus. Dans ce cas, on peut ajouter à la règle donnée pour la détermination des coûts moyens, le corollaire suivant :

„la courbe de variation des coûts moyens ne doit pas couper la courbe de variation des salaires”.

Etant donné l'incertitude dans laquelle on se trouve aujourd'hui pour la détermination du coût des sinistres, je pense que la règle des coûts moyens accompagnée de son corollaire peut être une indication précieuse pour ceux qui ont la responsabilité de vérifier le bon calcul des réserves techniques correspondant aux engagements des Compagnies, ainsi que pour ceux qui ont la charge d'effectuer des recherches pour la détermination des primes pures dont il est indispensable que celles-ci se rapprochent autant que possible de la vérité, sans insuffisance, mais également sans excédent.

Bien entendu cette règle et son corollaire ne sont à retenir que s'il n'existe pas d'autres causes exceptionnelles, notamment celles concernant la répartition des sinistres par tranches. Quant à la répercussion d'une dévaluation plus rapide que celle prise pour base, elle doit trouver sa contrepartie non pas dans la constitution des réserves techniques, mais dans la variation des valeurs représentatives desdites réserves, question également très importante dont l'étude n'est pas faite dans cet exposé.

L'analyse des formules indiquées ci-dessus et l'application de la règle donnée pour la détermination du coût moyen, montrent que pour une période limitée à quelques années, il est possible d'envisager que le coût moyen de la dernière année puisse se déduire d'un des coûts moyens de la période par multiplication de ce dernier par le quotient de l'indice des salaires de l'année considérée par rapport à l'indice des salaires de l'année du coût moyen retenu comme base. En prenant notamment dans la période considérée le coût moyen constaté le plus élevé, et celui le plus bas, on peut donc tracer deux courbes parallèles entre lesquelles devraient se trouver les différents points correspondant au coût moyen de chacune des années de la période. Toutefois, il est possible par raisonnement de réduire cet intervalle et c'est ce qui explique les courbes supplémentaires de

contrôle dont j'ai parlé ci-dessus pour les exercices 1957, 1958 et 1959.

Il y a donc là un moyen qui, avec une certaine expérience, peut permettre de resserrer, même dans un intervalle assez réduit, les différentes valeurs probables des coûts moyens.

Une autre conséquence de l'analyse de ces règles est de faire apparaître que le coût moyen d'un exercice est supposé — à défaut d'indications contraires — devoir provenir de règlements décomposés par années successives et influencés par les mêmes coefficients d'augmentation des règlements que l'année prise pour référence, ce qui signifie que les dévaluations futures applicables à l'année considérée sont supposées devoir être identiques à celles de l'année prise pour base.

Cette explication justifie le corollaire que j'ai indiqué plus haut, tout au moins en ce qui concerne une insuffisance éventuelle de coût moyen explicable par une dévaluation plus prononcée mais qui dans ce cas devrait trouver sa contrepartie dans les plus-values de valeurs représentatives de réserves correspondant aux sinistres non réglés.

Il résulte également de cette analyse que s'il survient une stabilisation ou une moindre augmentation du coût de la vie, le coût moyen des sinistres prévu restera supérieur au coût moyen réel et que des excédents se dégageront dans les réserves de sinistres.

CONCLUSIONS — Pour conclure, je voudrais reprendre le triple but que se proposait d'atteindre cet exposé :

1° *Présentation des Bilans et des Comptes de Profits et Pertes*

Je ne pense pas qu'il soit nécessaire d'insister sur les incertitudes qui existent sur le poste des évaluations, et son importance dans les engagements des Compagnies. J'ai déjà indiqué que les méthodes appliquées avaient permis de faire des évaluations qui se sont trouvées très proches de la réalité. Le graphique n° 2 donne le pourcentage des écarts existants entre les évaluations de sinistres à régler en fin d'un exercice déterminé et les résultats constatés à la fin de l'exercice suivant; les valeurs de ces écarts sont faibles et donc, en principe, acceptables. Et pourtant en valeur absolue les

écarts correspondent à de très forts montants dépassant largement les bénéfices accusés par le Compte de Profits et Pertes. Peu importe que cet écart soit en plus ou en moins. Le caractère incertain des évaluations ainsi mis en évidence mérite une étude encore plus serrée que celle indiquée ci-dessus. Je n'ai, pour l'instant, connaissance d'aucune étude de cette nature.

2° Statistiques

Il est intéressant d'examiner quelques chiffres. Tout d'abord la comparaison des coûts totaux de sinistres des divers exercices, selon qu'ils sont exprimés en francs de chaque année de règlement, ou en francs constants de l'année de survenance, conduit aux observations figurant dans le tableau ci-dessous. Il a été admis que la majoration constatée a été la conséquence de la seule dévaluation. Par ailleurs, le pourcentage des règlements effectués au cours des

Exercices	Majoration provenant de la dévaluation	Majoration de l'indice annuel des salaires Base 100 en 1959	% à francs constants des règlements des 5 premières années	% des évaluations restantes dans le coût total
	%	%	%	
1949	35		91	0,4
1950	33	19	90	1,4
1951	21	23,5	90,2	2,6
1952	11	16	93	2,3
1953	13	4	90,8	3,1
1954	15	4	87	3,2
1955	17	7	90,5	7
1956	13	9,5	88	12,2
1957		9		
1958		11		
1959		6		
1960		8		

5 premières années par rapport au coût total des sinistres, est calculé sur des chiffres connus fin 1960 et ramené en francs constants de l'année d'origine, y compris les évaluations fin 1960 des sinistres non encore réglés.

En fait, dans le tableau ci-dessus, il s'agit de sinistres Province, sans écrêtement.

Les résultats Province sont assez importants pour être repré-

sentatifs et justifier la prise en considération des cinq premiers exercices. On peut en conclure qu'une dévaluation continue et progressive analogue à celle admise dans l'expérience considérée à partir de l'exercice 1952, n'influence finalement le coût des sinistres que dans une proportion relativement faible.

Le pourcentage des sinistres réglés au cours des cinq premières années présente une constance remarquable qui justifie la période quinquennale dont j'ai parlé plus haut. Il serait opportun de rechercher si de semblables invariants existent dans une expérience comprenant les résultats de nombreuses Compagnies avec décomposition par catégories. Les Groupements nationaux s'occupant de statistique Automobile dans chaque pays devraient, je crois, comparer leurs résultats s'ils en possèdent et s'ils ne les possèdent pas prendre toutes dispositions pour les obtenir dans l'avenir.

Si nous reprenons par ailleurs les *règlements effectués* chaque année pour les exercices 1953 à 1960 inclus, sur sinistres de tous exercices, nous constatons que les majorations consécutives à la dévaluation définie comme ci-dessus, varient de 8 à 15%. Ces pourcentages, ainsi que ceux du tableau ci-dessus sont à rapprocher des bénéfices financiers — intérêts et plus-values — des valeurs représentant les réserves pour sinistres à régler et pour primes non acquises à l'exercice.

Nous avons déjà vu que les coûts moyens de chaque exercice peuvent se déduire les uns des autres par une loi théorique de variation analogue à celle de l'indice des salaires. C'est notamment cette loi qui doit permettre de faire les prévisions des coûts moyens futurs utilisés dans la recherche de la prime pure, à défaut d'autres règles théoriques ou expérimentales qui pourraient exister, mais dont je n'ai pas connaissance.

Il s'ensuit que le coût moyen de 1961 par exemple, servant à la détermination de la prime pure valable pour l'exercice 1961, aurait pu être calculé à partir des exercices 1949 à 1956, les autres n'étant pas suffisamment connus pour pouvoir être utilisés. Mais selon l'exercice choisi pour base, la prime pure ainsi calculée aurait entraîné pour les conséquences moyennes de la dévaluation autorisée à partir de 1961 pour les règlements échelonnés sur 1961 et postérieurs, une variation de 33% à 11%. Là apparaît ainsi la difficulté de bien choisir pour ne pas avoir ou bien un tarif trop élevé, ou bien

un tarif insuffisant. En réalité, il ne faut guère s'attacher à considérer une année isolément. Seule compte en cette matière une période. J'ai déjà dit que celle de cinq ans paraît acceptable dans l'expérience considérée. Et les réserves pour sinistres ne devraient être appréciées que sur une telle période.

Il ressort notamment des chiffres ci-dessus qu'un tarif appliqué en 1955 et basé sur les résultats de l'exercice 1949, compte tenu des cinq premières années bien connues de règlements, aurait conduit à un tarif excédentaire de $\frac{135}{117}$ soit 15 %.

Par contre, un tarif appliqué en 1955 et basé sur les résultats de 1952 aurait conduit à une insuffisance de 6 %. Quel devrait être le coût moyen à retenir pour un tarif applicable en Province en 1962 ? Si on ne tient compte que des considérations qui précèdent (et qui ne traitent que des conséquences entraînées par une augmentation continue des salaires), et compte tenu de l'allure de la courbe des salaires depuis 1956 — eu égard aux hypothèses à faire sur les variations de 1961 et années postérieures — je serais tenté de me prononcer pour la moyenne arithmétique des coûts moyens obtenus à partir des exercices 1952 à 1956, soit :

$$\frac{1}{5} \left[C_m^{52} \frac{\rho_{62}}{\rho_{52}} + C_u^{53} \frac{\rho_{62}}{\rho_{53}} + C_u^{54} \frac{\rho_{62}}{\rho_{54}} + C_m^{55} \frac{\rho_{62}}{\rho_{55}} + C_m^{56} \frac{\rho_{62}}{\rho_{56}} \right]$$

L'application de la règle ci-dessus pour la Province, dans l'expérience de la Compagnie considérée, conduit, pour le tarif applicable en 1962, à un coût moyen „Province” très voisin de celui constaté en 1959, la différence étant inférieure à 3 %. J'ai admis pour la valeur de ρ_{62} l'indice 341 qui correspond à une hausse d'indice des salaires de 8 % en 1961 et 6 % en 1962.

Je pense cependant que des études comparables devraient être entreprises sur les résultats cumulés de l'ensemble des Compagnies opérant en France, ce qui permettrait certainement d'obtenir des conclusions présentant plus de garanties, même si les études portent sur des classifications prises à l'intérieur de l'ensemble des assurances de Responsabilité Civile Automobile.

Mais, et ce sera le développement du 3ème point que je me suis proposé d'examiner, il ne semble pas que les méthodes ci-dessus puissent permettre d'obtenir la discrimination des primes pures

applicables à des groupes, sous-groupes ou catégories lorsque le nombre des unités de risques ne présente plus l'importance nécessaire pour obtenir la répartition des sinistres conduisant à une responsabilité civile moyenne de 1/2. Or, il semble bien que ce soit le problème essentiel, tout au moins dans notre pays.

Un tel groupe, de préférence homogène, se caractérise par: la fréquence des sinistres causés par les véhicules dudit groupe, le pourcentage de responsabilité incombant en moyenne à chacun des membres du groupe, et le coût moyen des dommages causés par les membres du groupe. Il est bien évident que si on pouvait connaître dans chaque groupe ainsi constitué le montant des sinistres et le nombre d'unités de risques tels que véhicules-année, la détermination de la prime pure serait facile. Mais comme je l'ai déjà dit, le coût des sinistres est fort mal connu, tout au moins dans le délai correspondant à son utilisation pratique. Les informations qui précèdent permettent de penser qu'avec certaines précautions, il est possible d'aboutir à des évaluations d'origine ne s'éloignant pas trop des résultats finaux. Mais ceci n'est vrai pour un ensemble que par un effet de compensation entre les modifications en majoration et celles en diminution. L'expérience montre que pour un exercice déterminé, même s'il y a plusieurs années d'ancienneté, la somme *des valeurs absolues* des variations des évaluations au cours de l'année suivante peut attendre 30 à 40 % du montant des sinistres évalués. Je ne pense pas dans ces conditions que l'on puisse songer à l'utilisation de telles évaluations pour rechercher le prix de revient d'une unité de risques dans un groupe relativement peu important. Ceci est d'ailleurs beaucoup plus vrai pour les sinistres corporels que pour les sinistres matériels, d'où une autre difficulté pour toute méthode basée sur des "corporels" seulement.

Le raisonnement suivant permet cependant d'utiliser pratiquement la formule simple donnant la prime pure:

$$p = \frac{S}{N}$$

Si nous considérons le nombre N d'unités de risques dénombrés pendant une période déterminée, il est relativement facile de connaître les n sinistres déclarés correspondants avec leur décomposition suivant les responsabilités encourues:

- a* sinistres à responsabilité nulle
- b* sinistres à responsabilité 100 %
- c* sinistres à responsabilité partagée

Il est à remarquer que les sondages effectués montrent que *c* est toujours très faible, de l'ordre de 7 à 8 % avec 4 à 5 % à responsabilité partagée par moitié.

Rien ne permet a priori de différencier les montants de dommages causés par sinistre selon les responsabilités encourues. On peut donc admettre que la moyenne est la même dans les deux cas. Soit *K* cette moyenne :

$$S = K \left(b + \frac{c}{2} \right) \text{ donc } p = \frac{S}{N} = K \frac{\left(b + \frac{c}{2} \right)}{N}$$

Comment peut-on exploiter la formule ci-dessus ?

Tout d'abord comme je l'ai dit il n'y a aucune difficulté pour déterminer *N*, *b* et *c*.

Reste la valeur de *K*.

Nous avons vu que c'est le montant moyen de dommages causés par sinistre survenu.

Or, l'étude qui précède a montré qu'il était possible d'établir expérimentalement une courbe de variation des valeurs des coûts moyens des sinistres survenus pour des ensembles importants. Le coût moyen lui-même peut donc se déterminer avec une approximation valable à partir d'exercices bien connus, et les règles déjà données permettent d'en déduire les valeurs à admettre pour les exercices futurs.

Le coût moyen des dommages est *le double* du coût moyen des sinistres de l'ensemble considéré.

Quel sera le coût moyen des dommages du groupe étudié ? A priori, on peut admettre celui de l'ensemble. Cependant il serait assez facile par des sondages effectués sur différents groupes de l'ensemble de connaître rapidement pour des nombres $N_1-N_2-N_3$ d'unités de risques, les valeurs *relatives* des coûts de dommages moyens. Il ne s'agit pas d'une détermination de valeur absolue pour obtenir la prime pure, mais d'une recherche d'une répartition de coûts moyens de groupes autour de la moyenne de l'ensemble. Rien ne s'oppose a priori à l'utilisation d'éléments anciens corres-

pondants à des exercices relativement bien connus. En ce qui me concerne je n'ai malheureusement pas les moyens dans ma Compagnie de faire ces travaux. Mais je pense que leur simplicité peut tenter des Groupements d'Assureurs.

En résumé, la méthode proposée présente une simplicité d'application et une rapidité d'obtention de résultats telles qu'aucune modification ne devrait être apportée à un Tarif sans rechercher si par de tels sondages on peut obtenir la tarification nécessaire. En matière d'assurance Automobile, il faut en effet se méfier des modifications introduites dans un tarif sans être basées sur des considérations techniques. Il est à remarquer d'ailleurs que cette méthode qui élimine le calcul réel du coût moyen ainsi que celui de la fréquence réelle, repose sur une étude de la répartition des responsabilités et correspond en pratique à la recherche d'un montant de dommages associée à la probabilité moyenne de responsabilité d'une unité de risques. Cette dernière est déterminée pour la période la plus proche de l'application future des résultats obtenus et présente ainsi la garantie la plus valable qu'on ait pu trouver jusqu'ici quant à la correspondance entre les risques à assurer et ceux déjà survenus. Peu importe d'ailleurs que dans ces recherches de Responsabilité Civile il y ait des erreurs d'appréciation si celles-ci doivent être les mêmes quel que soit le groupe envisagé de l'ensemble.

* * *

Je crois avoir ainsi, par cet exposé, répondu aux problèmes que je m'étais posé. Il me serait précieux de savoir si des études analogues ont été faites dans différents Pays et de connaître les méthodes appliquées. Je souhaiterais également que les méthodes ci-dessus ou d'autres analogues puissent recevoir une large application de façon à permettre, entre les résultats présentés par l'Assurance de Responsabilité Civile Automobile dans les différents pays, des comparaisons qui soient vraiment valables puisque reposant sur des éléments définis de la même façon. C'est dans cet espoir de coopération que j'ai rédigé cette note.

La présente étude n'a pas pour but d'apporter des éléments nouveaux aux études mathématiques qui feront l'objet du Colloque

de l'ASTIN de Juin 1961 ou qui sont déjà connus des Actuaire Membres de l'ASTIN.

Son but est d'attirer l'attention sur la nécessité de donner aux raisonnements mathématiques des bases certaines lors de leur application. Notamment, les comparaisons faites actuellement entre les résultats des études théoriques et les constatations de fréquence sur sinistres déclarés, me paraissent pouvoir être entachées d'erreurs et entraîner par là même des conclusions erronées quant à la valeur des études théoriques. C'est pourquoi je propose dans la présente note de supprimer de nos études, et, par suite, de nos observations, le facteur „fréquence de sinistres déclarés” pour le remplacer par le facteur „fréquence de responsabilité encourue”.

Quant à l'étude du “coût moyen des sinistres”, son principal intérêt est de montrer qu'on peut arriver ainsi à l'étude des „coûts moyens de dommages” et faire des prévisions valables à ce sujet. Je ne connais pas de pays qui présente, pour une longue période, une stabilité économique telle que le coût de la vie n'en ait pas été influencé. Cette modification est plus ou moins importante, mais elle existe même dans les pays que paraissent avoir la monnaie la plus stable. Il serait intéressant de connaître si la règle constatée est valable d'abord pour l'ensemble de l'Assurance Française (et ceci regarde les Services émanant des Compagnies d'Assurances qui s'occupent de cette question en France), mais également dans les différents autres pays. Peu importe d'ailleurs l'élément de référence retenu s'il peut en être trouvé un qui, expérimentalement, puisse conduire à une règle valable, l'intervalle périodique d'un an en matière d'assurance Responsabilité Civile Automobile étant nettement insuffisant quels que soient les pays.