

Finally, the values of the secular variations in the mean longitudes of the sun and the moon depend on scanty available data before the early seventeenth century. Any new information on ancient observations will be extremely important.

REFERENCES

- Brouwer, D. 1952a, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **38**, 1.
———. 1952b, *A. J.* **57**, 125.
Munk, W. and Revelle, R. 1952, *M. N. Geophys. Suppl.* **6**, 331.
Van Woerkom, A. J. J. 1953, *A. J.* **58**, 10.

VARIATIONS PERIODIQUES ET ALEATOIRES DE LA ROTATION DE LA TERRE

PAR NICOLAS STOYKO

Bureau International de l'Heure, Observatoire de Paris, Paris, France

Résumé. Etude de la période 1952–1958 a montré la stabilité assez grande de la variation saisonnière de la rotation de la Terre par rapport à l'heure définitive. Nous avons trouvé

$$S = 0.0240 \sin(j - 31) + 0.0072 \sin(j + 70),$$

où j est exprimé en jours moyens à partir du 1^{er} janvier.

La comparaison avec le temps terrestre des étalons atomiques de fréquence à césium a permis de trouver que la vitesse moyenne de la rotation de la Terre varie d'une façon aléatoire pendant les trois dernières années. Pour la période du juin au novembre 1955 la durée du jour diminue (la Terre accélère) de 2×10^{-8} sec. par mois, du décembre 1955 au mai 1957 la durée du jour augmente progressivement (la Terre retarde) en moyenne de 4×10^{-8} sec. par mois et à partir du mai 1957 elle est presque constante.

Ainsi, l'extrapolation du temps rotationnel terrestre par rapport au temps atomiques présente des grandes difficultés

On peut diviser en deux périodes les études des irrégularités de la rotation de la Terre de courte durée :

1. Utilisation des horloges à quartz et des pendules à partir de 1933.

2. Introduction de l'étalon atomique à césium du National Physical Laboratory à Teddington construit par M. L. Essen à partir de juin 1955.

Quand on utilise les marches des horloges à quartz pour l'étude de l'irrégularité de la rotation de la Terre, on détermine seulement les termes périodiques, dont les périodes ne dépassent pas sensiblement une année. Les variations progressives aléatoires de la rotation de la Terre sont mélangées avec les variations progressives de la marche des horloges.

Après l'introduction de l'étalon atomique à césium qui est comparé régulièrement avec les émissions de Rugby (MSF), il est devenu possible de déterminer les variations périodiques et aléatoires dans la rotation de la Terre.

Nous avons repris le calcul de l'irrégularité saisonnière de la rotation de la Terre à partir de l'année 1952. Les résultats jusqu'au mois de mai 1955 sont calculés en utilisant les horloges à quartz et les heures définitives du Bureau International de l'Heure (B.I.H.). Nous avons utilisé les horloges à quartz de Greenwich, Neuchâtel, Paris, Potsdam et Washington.

Les résultats jusqu'en janvier 1958 sont rapportés à l'heure définitive ou à la moyenne de plus de 20 services horaires. Les résultats des

mois de février et mars 1958 sont rapportés, respectivement, à la moyenne de 10 et 6 services horaires.

Dans le cas d'étude de l'irrégularité saisonnière de la rotation de la Terre en utilisant les horloges à quartz, il faut déterminer les variations progressives de la marche des horloges. Dans le cas d'utilisation de l'étalon atomique, il faut éliminer la variation progressive de sa fréquence par rapport au TU₂ (Temps Universel uniforme provisoire). Cette variation provient du changement progressif de la vitesse de la rotation de la Terre. Les premières études des résultats de l'étalon atomique (Stoyko et Stoyko 1958; Essen, Parry, Markowitz et Hall 1958) ont montré que la fréquence de l'étalon à césium augmente linéairement de 40 Hz par an, c'est à dire sa fréquence par rapport à TU₂ devrait être au mois de mars 1958 égale à 9, 192, 631, 945 Hz, étant donné que la fréquence conventionnelle du départ (juin 1955) est égale à 9, 182, 631, 830 Hz.

L'étude plus détaillée de la variation progressive de la fréquence de l'étalon à césium a montré que sa variation n'est pas linéaire. En prenant les différences de fréquence pour l'intervalle de 12 mois, afin d'éliminer la variation saisonnière, on trouve que ces différences augmentent linéairement jusqu'au milieu de l'année 1957, tandis que, après cette date, elles diminuent. Cela nous montre que la vitesse de la rotation de la Terre exprimée en TU₂ a des variations aléatoires. Dans le Tableau I, nous donnons les variations de la durée du jour d'après l'étalon à césium

TABLEAU I. VARIATIONS DE LA DUREE DU JOUR D'APRES L'ETALON A CESIUM (milieu du mois, en 1:100,000 sec)

	1955	1956	1957	1958
Janv.		+20	+60	+100
Fév.		+60	+110	+115
Mars		+65	+124	+127
Avril		+48	+82	
Mai		+39	+112	
Juin	+06	-10	+65	
Juil.	-47	-29	+11	
Août	-50	-13	+04	
Sept.	-21	-05	+78	
Oct.	+20	+74	+75	
Nov.	+42	+92	+128	
Déc.	+46	+84	+84	

(fréquence conventionnelle 9, 192, 631, 830 Hz) par rapport a TU1 (Temps Universel, compte tenu du mouvement du pôle). Le signe + indique que la durée du jour augmente par rapport à la fréquence conventionnelle de l'étalon à césium.

Nous avons utilisé des méthodes différentes pour déterminer la variation progressive de la fréquence de l'étalon à césium. Dans ce but, nous avons utilisé les variations saisonnières déterminées par les méthodes différentes:

1. extrapolées par le B.I.H.;
2. déterminées d'après les horloges à quartz pour l'intervalle étudié;
3. par l'intégration numérique des résultats d'après l'étalon atomique.

Nous avons fait des combinaisons différentes en utilisant ou les valeurs individuelles ou les valeurs moyennes pour la période de trois ans.

On remarque une faible diminution de la fréquence de l'étalon à césium du juin au novembre 1955 par rapport à TU2 (Tableau II, valeur conventionnelle 9, 192, 631, 830 Hz). A partir du mois de novembre 1955 la fréquence augmente progressivement jusqu'au mois de mai 1957 avec une vitesse plus ou moins grande. A partir du mois de mai la fréquence reste stable.

En partant des valeurs de fréquence de l'étalon à césium du Tableau II nous trouvons (Tableau

TABLEAU II. CORRECTIONS DE LA FREQUENCE DE L'ETALON A CESIUM (milieu du mois)

	1955	1956	1957	1958
Janv.		+17	+68	+87
Fév.		+20	+75	+87
Mars		+23	+82	+87
Avril		+27	+85	
Mai		+30	+87	
Juin	+22	+33	+87	
Juil.	+20	+36	+87	
Août	+18	+40	+87	
Sept.	+16	+45	+87	
Oct.	+14	+51	+87	
Nov.	+13	+56	+87	
Déc.	+14	+62	+87	

TABLEAU III. VARIATION PROGRESSIVE DE LA DUREE DU JOUR D'APRES L'ETALON A CESIUM (milieu du mois, en 1/100,000 sec)

	1955	1956	1957	1958
Janv.		-05	+43	+61
Fév.		-02	+50	+61
Mars		+01	+56	+61
Avril		+04	+59	
Mai		+07	+61	
Juin	00	+10	+61	
Juil.	-02	+13	+61	
Août	-04	+17	+61	
Sept.	-06	+22	+61	
Oct.	-08	+27	+61	
Nov.	-09	+32	+61	
Déc.	-08	+37	+61	

III) les variations progressives de la durée du jour par rapport à TU2 du milieu du mois de juin. On voit que la durée du jour (mai 1957-mars 1958) a augmenté par rapport à celle du mois de juin 1955 de 0,61 ms.

En partant des valeurs des Tableaux I et III, on peut trouver les variations saisonnières de la durée du jour, en tenant compte du fait que les valeurs du Tableau I sont rapportées à la fréquence conventionnelle de l'étalon à césium. Donc, il faut diminuer les valeurs du Tableau I de 0,21 ms.

En faisant la différentiation et l'intégration numérique des valeurs du Tableau I, nous avons trouvé deuxième valeurs de la variation saisonnière de la rotation de la Terre. La moyenne des résultats de deux méthodes est donnée dans le Tableau IV (d'après l'étalon à césium par rapport à TU1; + indique que la Terre retarde).

Chaque valeur de la variation saisonnière est rapportée toujours à la moyenne de l'année, dont la date correspondante est le milieu.

Dans le Tableau V, nous donnons les résultats de la variation saisonnière de la rotation de la Terre depuis janvier 1952 par rapport à TU1. Jusqu'en juin 1955, nous avons utilisé seulement les horloges à quartz et après cette date la moyenne des horloges à quartz (poids 1) et de l'étalon atomique (poids 2, Tableau IV).

TABLEAU IV. VARIATIONS SAISONNIERES DE LA DUREE DU JOUR D'APRES L'ETALON A CESIUM (milieu du mois, en 1:100,000 sec)

	1955	1956	1957	1958	Moy.
Janv.		+01	-06	+18	+04
Fév.		+41	+41	+33	+38
Mars		+42	+49	+45	+45
Avril		+21	+03		+12
Mai		+09	+30		+19
Juin	-17	-42	-19		-26
Juil.	-68	-63	-76		-69
Août	-74	-49	-85		-69
Sept.	-38	-46	-11		-32
Oct.	+09	+23	-03		+10
Nov.	+32	+36	+51		+30
Déc.	+34	+28	+09		+24

TABLEAU V. VARIATIONS SAISONNIERES
DE LA DUREE DU JOUR
(milieu du mois, en 1:100,000 sec)

	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	Moy.
Janv.	+27	+01	+06	+11	+02	-08	+18	+08
Fév.	+37	+03	+20	+31	+38	+36	+33	+28
Mars	+33	+65	+47	+52	+39	+43	+45	+46
Avril	+10	+33	+39	+34	+17	+04		+23
Mai	-15	+16	+13	+05	+04	+29		+09
Juin	-21	-46	-35	-21	-44	-20		-31
Juil.	-71	-56	-63	-66	-60	-70		-64
Août	-37	-68	-68	-69	-43	-79		-61
Sept.	-09	-02	-30	-34	-41	-17		-22
Oct.	+09	+16	+23	+08	+27	+01		+14
Nov.	+26	+19	+18	+34	+38	+45		+30
Déc.	+10	+12	+22	+27	+28	+17		+21

La représentation analytique des Tableaux IV et V nous donne pour la variation de la durée du jour (D_j) les formules suivantes, où j est compté en jours moyens à partir du 1er janvier (en ms):

$$D_j (52-58) = 0,41 \sin (j + 60,0) + 0,25 \sin 2 (j + 115,3)$$

$$D_j (\text{atom}) = 0,45 \sin (j + 56,7) + 0,24 \sin 2 (j + 110,2).$$

En partant du Tableau V, nous trouvons les corrections dues à l'irrégularité saisonnière de la rotation de la Terre (Tableau VI). Dans le même tableau nous donnons les corrections d'après l'horloge atomique (1955-1958, Atom.), les corrections extrapolées par le B.I.H. (Exta) ainsi que les corrections extrapolées nouvelles (Extn).

La représentation analytique des corrections saisonnières nous donne:

$$S (52-58) = 0^{\circ}0240 \sin (j - 31,2) + 0^{\circ}0072 \sin 2 (j + 69,7)$$

$$S (\text{atom}) = 0^{\circ}0259 \sin (j - 34,5) + 0^{\circ}0071 \sin 2 (j + 64,6).$$

TABLEAU VI. CORRECTIONS DUES A L'IRREGULARITE SAISONNIERE DE LA ROTATION DE LA TERRE
(debut du mois, en 1:10,000 sec)

	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	Moy	Atom.	Exta	Extn
Janv.	- 51	- 61	- 80	- 99	- 46	- 23	- 83	- 63	- 82	-110	- 70
Fév.	+ 41	- 60	- 63	- 69	- 32	- 54	-228	- 38	- 61	- 68	- 16
Mars	+146	- 50	- 03	+ 23	+ 87	+ 54	+ 72	+ 47	+ 58	+ 15	+ 52
Avril	+237	+151	+142	+180	+208	+186	+210	+188	+ 198	+160	+160
Mai	+257	+253	+266	+284	+259	+198		+253	+ 238	+307	+269
Juin	+202	+303	+310	+299	+269	+290		+279	+ 299	+348	+296
Juil.	+134	+165	+207	+232	+132	+232		+184	+ 223	+230	+190
Août	- 79	- 5	+ 16	+ 26	- 51	+ 20		- 12	+ 15	+ 6	- 11
Sept.	-181	-214	-192	-189	-181	-222		-196	- 192	-197	-199
Oct.	-197	-222	-286	-296	-304	-275		-263	- 286	-280	-280
Nov.	-165	-173	-218	-271	-220	-272		-220	- 253	-245	-242
Déc.	- 88	-115	-164	-165	-103	-135		-128	- 158	-160	-149
Exta	84	41	19	16	52	36		33	23	—	24
Extn	59	33	20	25	31	28		14	19	24	—
Moy	51	27	25	30	31	26		—	21	33	14

Sur les résultats du calcul des corrections dues à l'irrégularité saisonnière de la rotation de la Terre peuvent influencer les erreurs périodiques du catalogue d'étoiles fondamentales, les erreurs résiduelles dans la variation de marche des horloges à quartz, les erreurs périodiques dans la détermination de l'heure des observatoires utilisés.

Dans le cas d'étalon atomique, l'erreur dans la variation des marches des horloges à quartz est remplacée par l'erreur dans la détermination de la variation aléatoire de la rotation de la Terre. Si l'on admet que la variation de la durée du jour a été constante pendant la période 1955-1958, l'écart moyen entre les corrections saisonnières individuelles et la moyenne de trois années est égal à 6 ms. En utilisant les variations progressives d'après le Tableau III, nous trouvons pour le même écart moyen seulement 2 ms. Ainsi, on voit l'importance de la méthode utilisée pour le calcul des variations saisonnières.

Pour apprécier l'influence des différents systèmes sur les valeurs des variations saisonnières, nous avons calculé pour la période de l'utilisation de l'étalon atomique les valeurs S dans les systèmes différents (Tableau VII), d'après l'étalon atomique 1955-1958:

1. Heure définitive du B.I.H. (Déf)
2. Heure étalon de l'U.R.S.S. (URSS)
3. Heure d'après l'observatoire moyen indépendant du mouvement du pôle (S.P.)
4. Heure étalon de l'U.R.S.S. compte tenu des corrections dues aux erreurs du catalogue FK3 d'après Nemiro et Tourenko (A. Cat.)
5. Heure d'après l'observatoire de Washington (W, deux lunettes P.Z.T.).

En faisant les différentes combinaisons, deux à deux, nous avons trouvé que l'erreur moyenne de chaque système varie entre 3 et 4 ms. Dans le

TABLEAU VII. CORRECTIONS DUES A L'IRREGULARITE SAISONNIERE DE LA ROTATION DE LA TERRE (debut du mois, en 1:10,000 sec)

	Déf	URSS	S.P.	A. Cat.	W
Janv.	- 82	- 73	- 40	+ 04	- 69
Fév.	- 61	-102	+ 22	+ 10	- 84
Mars	+ 58	+ 40	+123	+155	+ 83
Avril	+198	+190	+214	+263	+245
Mai	+238	+220	+220	+219	+212
Juin	+299	+326	+281	+252	+245
Juil.	+223	+238	+193	+125	+105
Août	+ 15	+ 18	- 33	- 90	+ 13
Sept.	-192	-176	-258	-252	-151
Oct.	-286	-252	-328	-289	-230
Nov.	-253	-252	-277	-253	-215
Déc.	-158	-180	-118	-144	-160

TABLEAU VIII. COEFFICIENTS DES FORMULES DE L'IRREGULARITE SAISONNIERE DE LA ROTATION DE LA TERRE (en ms)

Système	Sin t	Cos t	Sin 2t	Cos 2t	Ama	Ams
Extr anc.	+22	-17	-7	+6	28	9
Déf. 55-58	+22	-15	-4	+6	27	7
URSS 55-58	+21	-16	-5	+6	26	8
S. P. 55-58	+25	-10	-4	+7	27	8
A. Cat. 55-58	+26	- 7	-4	+4	27	6
Wash 55-58	+20	-12	-3	+1	23	3
Wash 52-58	+21	-14	-5	+5	25	7
Déf. 52-58	+21	-12	-6	+5	24	8
Extr nouv.	+22	-13	-5	+6	26	8

Tableau VIII nous donnons la représentation analytique des différents systèmes du Tableau VII, ainsi que de certains autres systèmes: l'ancienne formule d'extrapolation (Extr anc.), Washington pour la période 1952-1958 (Wash 52-58) et l'heure définitive pour la période 1952-1958 (Déf 52-58).

En plus, nous donnons la formule nouvelle qui paraît représenter mieux que l'ancienne les résultats des variations saisonnières (Extr nouv.).

On peut tirer les conclusions suivantes du Tableau VIII: les amplitudes du terme annuel et semi-annuel varient dans les limites assez étroites; les erreurs présumées du catalogue FK3 ne changent pas l'amplitude du terme annuel, mais elles changent sa phase de 22 jours environ.

Nous n'insistons pas ici sur les causes de variations saisonnières de la rotation de la Terre. Les nombreuses hypothèses possibles ont été

énumérées au Colloque sur les constantes fondamentales de l'astronomie en 1950 (Stoyko 1950). Les multiples travaux dans ce domaine ont été faits par MM. A. Bilimovitch, J. Cox, F. van den Dungen et J. van Mieghem, W. Munk et ses collaborateurs, N. Pariiskii, N. Stoyko, A. Young. Pour le calcul des causes présumées la majorité ont adopté les premières valeurs de l'amplitude du terme annuel de la vitesse de la rotation de la Terre. Cette amplitude dépassait largement 2 ms. A cause de cela ils éprouvaient quelque difficulté à expliquer l'amplitude de cette variation annuelle. Comme les résultats des derniers calculs montrent que l'amplitude du terme annuel ne dépasse pas 1 ms, la concordance entre les causes et les effets doit devenir meilleure.

REFERENCES

Essen, L., Parry, J., Markowitz, Wm. et Hall, R. 1958, *Nature* 181, 1054.
 Stoyko, A. et Stoyko, N. 1958, *Comptes Rendus* 246, 235.
 Stoyko, N. 1950, *Bull. Astr. Paris* 15, 229.

VARIATION PROGRESSIVE ET VARIATION SAISONNIERE DE LA ROTATION DE LA TERRE*

PAR A. DANJON
 Observatoire de Paris, Paris, France

Résumé. Exposé préliminaire des résultats de la comparaison du temps universel déduit des observations faites à l'astrolabe impersonnel de l'Observatoire de Paris, et du temps uniforme fourni par l'étalon à césium de L. Essen et J. V. L. Parry.

L'auteur s'est proposé de déterminer la variation saisonnière de la rotation de la Terre en utilisant les observations de temps faites à l'Observatoire de Paris avec les astrolabes OPL I ou OPL 15, de 1956,5 à 1958,5, les observations étant datées dans l'échelle uniforme de l'étalon à césium du Dr. Essen ou dans celle de l'Atomichron du L.N.R. (Laboratoire National de Radio-électricité).

* Un exposé plus complet et plus détaillé a paru dans les *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences, Paris, Séance du 10 Décembre 1958.

La séparation de la variation saisonnière et de la variation lente du temps terrestre est nécessairement arbitraire. Il est remarquable qu'on puisse l'effectuer en se donnant a priori les conditions suivantes qui paraissent incompatibles.

a) On suppose que, dans l'intervalle de 2 ans considéré, la variation lente peut être représentée par une expression du 3^e degré:

$$a + b\theta + c\theta^2 + d\theta^3 \quad (\theta = t - 1957,00, \text{ en années}).$$

b) On suppose d'autre part que la variation